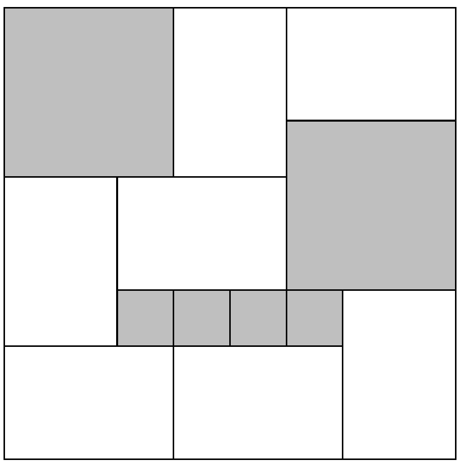
Olympiadepuzzel

Euclides 94 nummer 1

Vierkanten en rechthoeken

Opgave

Een vierkant met zijde 12 is opgedeeld in zes kleinere vierkanten (de grijze gebieden) en zeven identieke rechthoeken, zie de figuur hieronder. Wat is de gezamenlijke oppervlakte van de grijze vierkanten?



Uitwerking

Noem de korte zijde van de zeven keer voorkomende rechthoek a en de lange zijde b. Het vierkant linksboven sluit precies aan op de lange zijde van een rechthoek en heeft dus zijde b. Aan de bovenzijde van het totale vierkant zien we dus dat $b + a + b = 12$. Verder zien we dat de vier kleine vierkantjes allemaal even groot zijn en dat drie daarvan precies passen tegen de lange zijde van de rechthoek, dus de zijde van zo'n klein vierkantje is $\frac{1}{3}b$. Nu zien we rechtsonder dat één klein vierkantje en de korte zijde van de rechthoek samen even lang zijn als de lange zijde van de rechthoek. Dus $a + \frac{1}{3}b = b$, oftewel $a = \frac{2}{3}b$.

Als we dit invullen in $2b + a = 12$, dan vinden we $\frac{8}{3}b = 12$, dus $b = \frac{9}{2}$. Dat betekent dat $a = 12 - 2b = 3$. De oppervlakte van een rechthoek is dus $3 \cdot \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$. De zeven rechthoeken samen zijn daarmee $\frac{189}{2}$. Voor het grijze gebied blijft er dan $144 - \frac{189}{2} = \frac{99}{2} = 49\frac{1}{2}$ over.

Inzenders met een juiste uitwerking

Paul Aakster, M. van Bruchem, Erwin Bruinsma, Lenka Cizkova, Luuk Crijns, Marcel Daems, Tobias Dijkhuis, S.W. Dik, Anne-Fleur Gielen, Anneke Grunefeld, Greet van Ham, Job Heijmans, Daan Heymans, Hans Huisman, Shaden Kassoum, Amber Lange, Hans Linders, Chantal Neijenhuis, Margot Rijnierse, Loes Roodenburg, Jack Schilder, Auke Smid, Broer van Auke Smid, Ilse Stellaard, Peter van Venrooij, Ineke Vergeer, Remke Verwoerd, Aniek van Wijlick, Monica Woldinga, Sjoerd Zondervan.

Winnaar van de cadeaubon

De leerlingen van Miranda Hendrix-Sijben van het BC Broekhin in Roermond.